

CALCUL DES STRUCTURES FISSUREES BASES SUR LA TECHNIQUE DES FONCTIONS DE NIVEAUX ET LA METHODE DES ELEMENTS FINIS ETENDUS

Amir Sakhraoui¹, Fayza Ayari², Hassen Kharroubi³

¹Université de Tunis El Manar, Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tunis, LR-11-ES19 Laboratoire de Mécanique Appliquée et Ingénierie (LR-MAI), 1002, Tunis, Tunisie

²Université de Tunis El Manar, Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tunis, LR-11-ES19 Laboratoire de Mécanique Appliquée et Ingénierie (LR-MAI), 1002, Tunis, Tunisie

³Université de Tunis El Manar, Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tunis, LR-11-ES19 Laboratoire de Mécanique Appliquée et Ingénierie (LR-MAI), 1002, Tunis, Tunisie

Abstract

This paper is concerned with the development of test cases for verification and validation of the extended finite element method in the framework of damage-tolerant approaches for cracked isotropic shell with elastic linear material. These test cases are representative of problems encountered in the aerospace, automotive, petroleum and agriculture sectors. A numerical modeling of the bulging factor is conceived using pressurized isotropic shell including a longitudinal crack. Indeed, a crack that propagates in a thin plate or pressurized shell is characterized by a lateral displacement combined to a in-plane displacement. The bulging factor is identified as a ratio between the stress intensity factor K_I in the shell curved configuration and K_I for a flat configuration plate.

Keywords: Extended finite element method, level sets technique, stress intensity factor, bulge factor.

1. INTRODUCTION

Actuellement, la plupart des approches numériques utilisées pour caractériser les tolérances à l'endommagement sont basées sur la méthode des éléments finis classique FEM [1-15]. La méthode des éléments finis étendus XFEM couplée à la méthode des surfaces de niveau LSM permet de concevoir des maillages indépendants de la géométrie de la fissure sans recours aux stratégies de maillage et de remaillage [16] et [17] donc une réduction considérable du délai de maillage, étape souvent coûteuse et sans valeur ajoutée. La propriété de partition de l'unité permet l'ajout de fonctions d'enrichissement dans la formulation en déplacement qui permettent de représenter les discontinuités et les singularités en pointes de fissures. On utilise des fonctions d'enrichissement de type saut ou Heaviside et des fonctions singulières qui décrivent la base de la solution analytique asymptotique de Weestergaard en pointe de fissure. En plus, la description topologique de ces discontinuités par des fonctions de niveau permet de faire évoluer celles-ci sur le maillage et donc d'étudier leur propagation, sans avoir à remailler. Cette formulation entraîne l'ajout de degrés de libertés au problème en effet, l'enrichissement des fonctions de formes proposé s'appuie sur le champ de déplacement analytique au voisinage d'une fissure permettant ainsi de déterminer directement les facteurs d'intensité des contraintes FIC et par la suite estimer le facteur de gonflement BF. En effet, les variations de pressions dans une structure pressurisée provoquent la

formation et amplification de fissures, ce qui peut mener à des situations risquées. Nous allons donc introduire successivement le facteur de gonflement BF pour les structures en coques pressurisées. Ensuite on présente le modèle de la rupture par la méthode XFEM couplée avec la méthode LSM pour enfin conclure en comparant les résultats obtenus par ces méthodes aux autres utilisées en littératures.

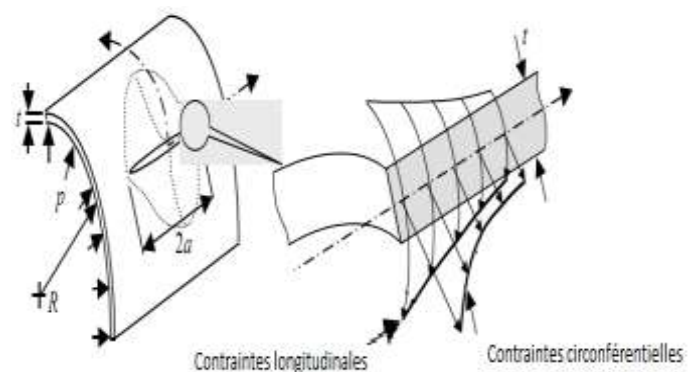


Fig 1: Fissuration par phénomène de gonflement

2. FACTEUR DE GONFLEMENT

La Figure 1 montre la fissuration par phénomène de gonflement structural. Ainsi le facteur de gonflement est défini comme suit :

$$\beta = \frac{K_{\text{curved}}}{K_{\text{flat}}} \quad (1)$$

$$K_{\text{flate}} = \frac{pR}{h} \sqrt{\pi a} \quad (2)$$

IL existe des formulations analytiques et empiriques exprimant ce facteur [9], [10] et [11]:

$$\beta = \sqrt{1 + \left(\frac{5}{3\pi}\right) \left(\frac{Eha}{R^2 p}\right) \left(\frac{0.316}{\sqrt{1+18\chi}}\right) \tan h \left(0.06 \left(\frac{R}{h}\right) \sqrt{\frac{pa}{Eh}}\right)} \quad (3)$$

Avec $\chi = \sigma_a / \sigma_h$

$$\beta = \sqrt{1 + 0.671 \left[\left(\frac{E}{\sigma_h}\right) \left(\frac{a}{R}\right)\right]^{2/3}} \quad (4)$$

$$\beta = 1 + 0.775 \left(\frac{E}{\sigma_h}\right)^{1/3} \left(\frac{a}{R}\right)^{5/6} \quad (5)$$

3. MATÉRIEL ET METHODES

Les hypothèses retenues dans notre étude sont; le milieu est élastique linéaire et isotrope, le champ de déplacement global est obtenu par le principe de superposition d'un champ de déplacements continue fondé sur des fonctions de formes standard et d'un champ de déplacements discontinue (figure 2) à enrichir par la méthode de partition de l'unité tel que:

$$\mathbf{u}^h(\mathbf{x}) \approx \sum_i N_i(\mathbf{x}) \mathbf{u}_i + \sum_h N_h(\mathbf{x}) H(\mathbf{x}) \mathbf{a}_h + \sum_k N_k(\mathbf{x}) \left(\sum_{\alpha=1..4} F_\alpha(\mathbf{x}) \mathbf{b}_f^\alpha\right) \quad (6)$$

Avec :

$$F_\alpha(\mathbf{x}) = \sqrt{r} \left\{ \sin \frac{\theta}{2}, \cos \frac{\theta}{2}, \sin \frac{\theta}{2} \sin \theta, \cos \frac{\theta}{2} \sin \theta \right\} \quad (7)$$

$$H(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1, & \text{si } \Phi > 0 \\ -1, & \text{sinon} \end{cases} \quad (8)$$

La modélisation des discontinuités fixes, tels qu'une fissure, avec la méthode des éléments finis classiquement nécessite que le maillage respecte les discontinuités géométriques. Par conséquent, le raffinement de maillage est nécessaire dans le voisinage de la pointe de fissure afin de capturer de manière adéquate les champs asymptotiquement singuliers en $1/\sqrt{r}$.

Le problème de l'évolution de courbes dans l'espace 3D a été notamment traité par [17] et [18]. Les auteurs proposent l'utilisation d'un couple de fonctions de niveaux orthogonales dont l'intersection des iso-zéros définit la courbe étudiée. Ainsi pour localiser la géométrie de la fissure à enrichir, nous utiliserons le couple de fonctions de niveau orthogonales (Φ, ψ) dont les iso-zéros représentent respectivement le plan et le front de fissure illustrés en figure 6.

$$\mathbf{x} \in (\text{surface de fissure}) \Rightarrow \begin{cases} \Phi(\mathbf{x}) = 0 \\ \psi(\mathbf{x}) \leq 0 \end{cases} \quad (9)$$

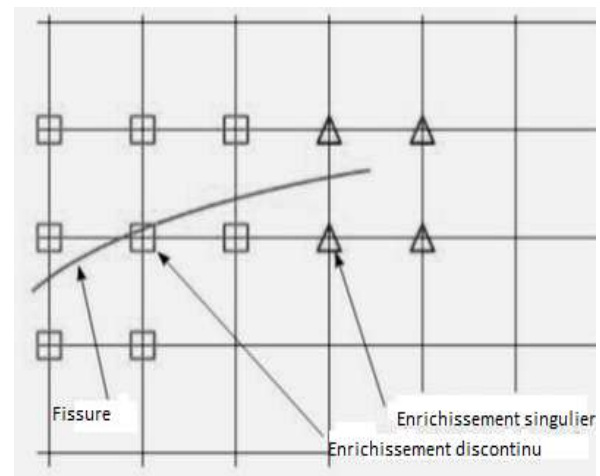


Fig 2: Enrichissement local des nœuds autour de la géométrie de la fissure

4. MODÈLE ÉLÉMENT FINI ÉTENDU

Le modèle est intégré dans le code de calcul commercial ABAQUS. Les déplacements enrichis restitués par la méthode des éléments finis étendu XFEM et LSM sont utilisés pour le calcul du taux de restitution d'énergie par l'intégrale de Rice sur un ou plusieurs contours définis par des nœuds enrichis autour de la pointe de la fissure. La méthode utilisée est donc celle des intégrales de contours. Le calcul du facteur d'intensité de contraintes FIC repose ici sur la détermination de l'énergie nécessaire pour que la fissure puisse se propager. La formule d'Irwin permet de déduire le FIC et par la suite le facteur de gonflement BF. Les FIC sont définis à partir du taux de restitution d'énergie J . Une partie de l'énergie élastique, J_{int} est évaluée sur un contour Γ entourant la fissure.

$$J_{int} = \int_{\Gamma} W dy - \mathbf{T} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x} ds \quad (10)$$

Où W est la densité de l'énergie élastique de déformation, \mathbf{T} le vecteur contrainte en un point et \mathbf{v} le vecteur déplacement au même point.

Les FIC, dans les différents modes de sollicitation, sont reliés aux taux de restitution d'énergie par les relations :

$$J = \frac{1}{8\pi} \mathbf{K}^T \mathbf{B}^{-1} \mathbf{K} \quad (11)$$

$$\mathbf{K} = 4 \pi \mathbf{B} J_{int} \quad (12)$$

Avec \mathbf{B} est la matrice des facteurs énergétiques, et :

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_I & 0 & 0 \\ 0 & K_{II} & 0 \\ 0 & 0 & K_{III} \end{bmatrix} \quad (13)$$

la matrice des FIC où les indices *I*, *II* et *III* désignent respectivement : le mode par ouverture, le mode de glissement de translation, et le mode de glissement de rotation.

Dans ce qui suit, avec l’hypothèse des contraintes planes et en présence d’un matériau homogène et isotrope, on obtient :

$$J = J_I + J_{II} + J_{III} \quad (14)$$

Avec

$$J_I = \frac{K_I^2}{E}, J_{II} = \frac{K_{II}^2}{E} \text{ et } J_{III} = \frac{1+\nu}{E} K_{III}^2 \quad (15)$$

Le modèle est maillé par 9088 éléments finis de type C3D8R à 8 nœuds à intégration réduite utilisant un seul point au milieu, soit pour un total de 37584 nœud et 113184 degrés de liberté. Une fonction de niveau indépendante du maillage sera déclarée ensuite afin de localiser la géométrie de la fissure. Le rayon d’enrichissement optimal est le triple de la longueur caractéristique des éléments considérés [19].

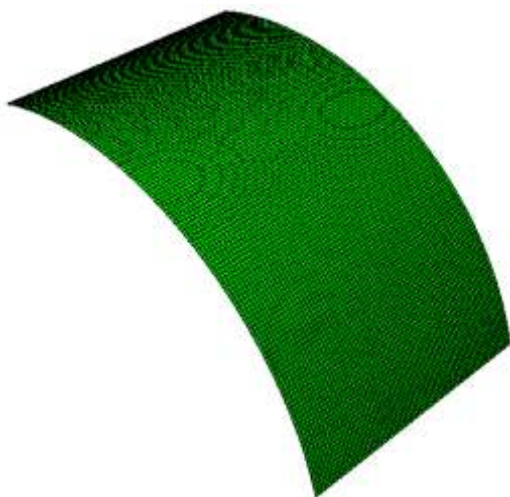


Fig 3: Maillage de la structure par des éléments finis hexaédriques C3D8R

La géométrie illustrée dans la figure 4 est un quart de cylindre avec un rayon de *R* in et de longueur de fissure égale à *2a* :

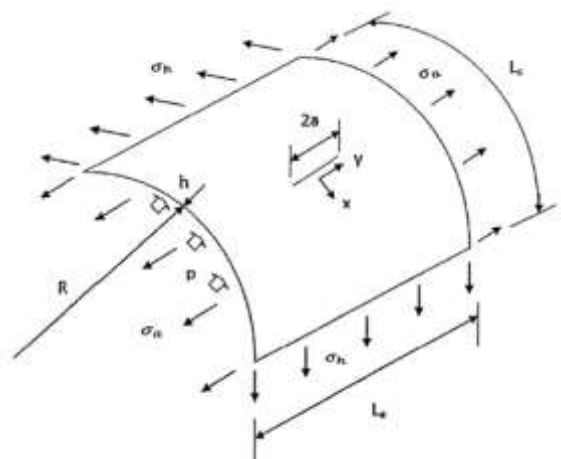


Fig 4: Paramétrage de la structure

Le matériau testé est l’aluminium 2024-T3 supposé de comportement élastique linéaire et isotrope admettant comme caractéristiques : Module de Young *E* = 72.3 Gpa , limite élastique de 345 Mpa et un coefficient de poisson $\nu = 0.33$.

5. RÉSULTATS ET DISCUSSION

Le calcul a été validé en appliquant la procédure sur des éprouvettes pour lesquelles le FIC associé à un type de fissure donnée est connu soit de l’ordre de 1,2,4 et 6 in avec des pressions différentielles allant de 0 à 10 Psi . Les références fournissent des FIC calculés dans le domaine élastique. Pour cette raison, la vérification de la procédure du calcul numérique est restreinte aux contraintes élastiques [20]. Les résultats sont regroupés dans la figure 7, ils présentent un écart moyen de 2 %, on vérifie ainsi l’évaluation correcte des énergies et des intégral de contours par la méthode de discrétisation décrite précédemment. On peut en conclure que pour cet exemple le programme est valide.

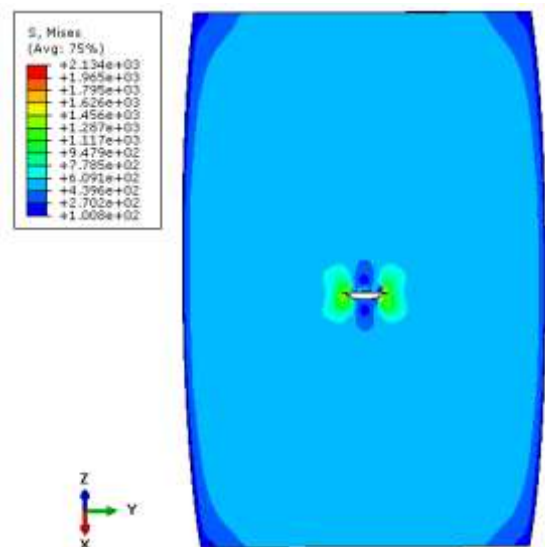


Fig 5: Champs de contraintes équivalentes de Von Mises

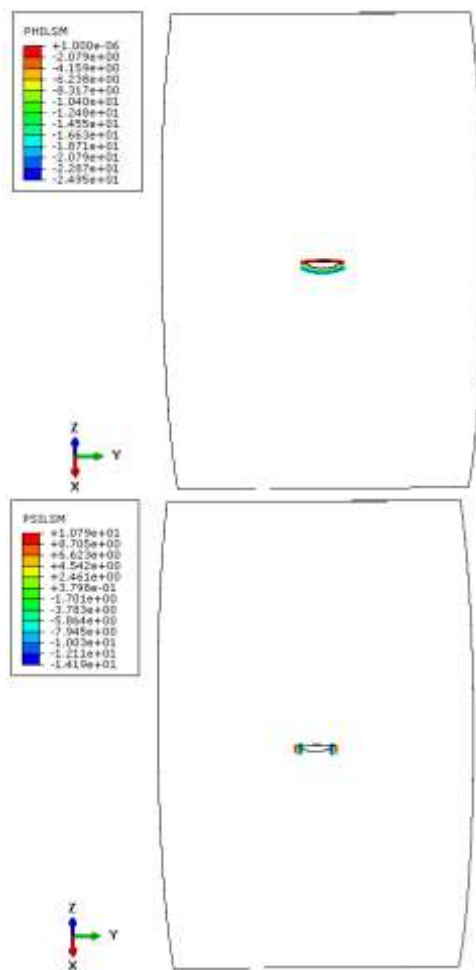
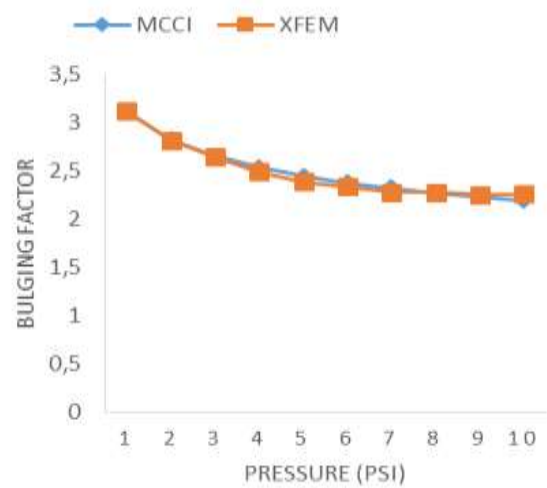
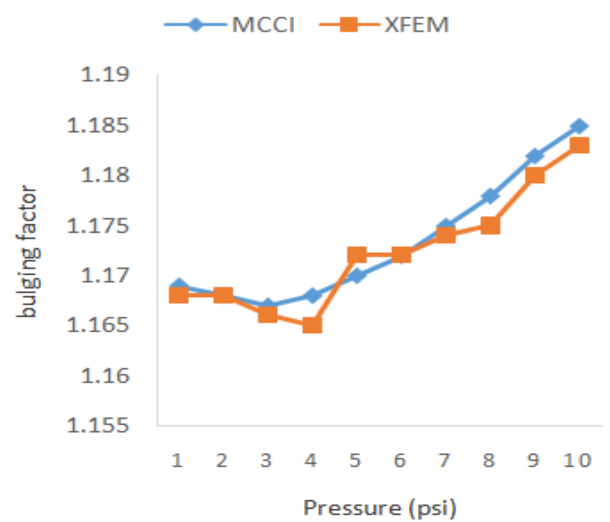


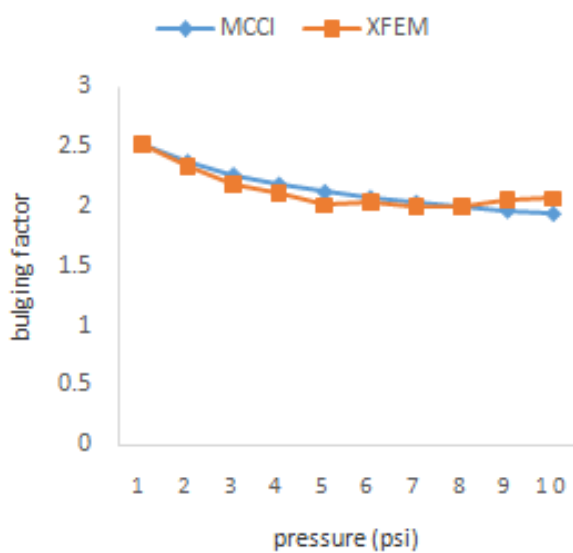
Fig 6: Localisation des endroits enrichis par des Levels Sets Phi et Psi



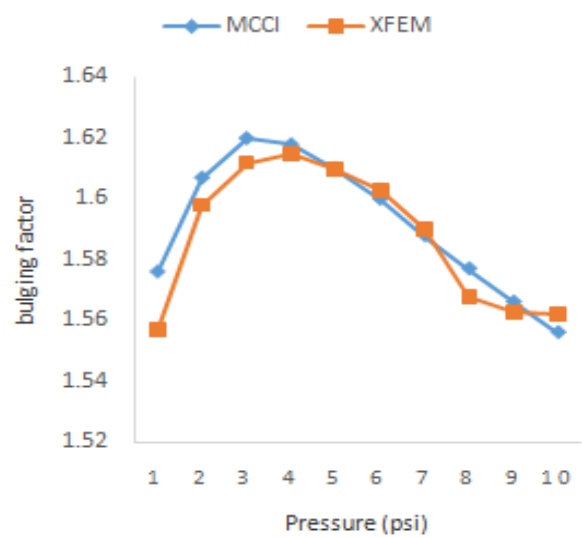
R = 80 in et a = 6 in



R = 80 in et a = 1 in



R = 80 in et a = 4 in



R = 80 in et a = 2 in

Fig 7: Récapitulatif des facteurs de gonflement

6. CONCLUSION

Le but de cet article est de fournir une méthode alternative sans demander au maillage d'être conforme à la géométrie de la fissure. En plus, L'enrichissement analytique proposé montre que l'application de la méthode XFEM couplée à la méthode LSM donne des résultats prometteurs en termes de détermination du facteur d'intensité de contraintes par les intégrales de contour et par la suite du facteur de gonflement de la fissure.

REFERENCES

- [1] Folias ES. An axial crack in a pressurized cylindrical shell. *Int J Fract Mech* 1965;1:20–46.
- [2] Folias ES. On the effect of initial curvature on cracked flat sheets. *Int J Fract Mech* 1969;5(4):327–46.
- [3] Folias ES. Fracture in pressure vessels. In: Fung YC, Sechler EE, editors. *Thinshell structures*. Englewood Cliffs: Prentice Hall; 1974. p. 438–518 [chapter 21].
- [4] Copley LG, Sanders Jr JL. A longitudinal crack in a cylindrical shell under internal pressure. *Int J Fract Mech* 1969;5(2):117–31.
- [5] Erdogan F, Kibler JJ. Cylindrical and spherical shells with cracks. *Int J Fract Mech* 1969;5(3):229–37.
- [6] Krenk S. Influence of transverse shear on an axial crack in a cylindrical shell. *Int J Fract Mech* 1978;14:123–43.
- [7] Ansell H. Bulging of cracked pressurized aircraft structure. Technical Licentiate Dissertation, Department of Mechanical Engineering, Linkoping Institute of Technology, Linkoping, Sweden; 1988.
- [8] Riks E, Brogan FA, Rankin CC. Bulging cracks in pressurized fuselages: a procedure for computation. In: Noor AK, Belytschko T, Simo JC, editors. *Analytical and computational models of shells*. The American Society of Mechanical Engineering, ASME-CED, vol. 3; 1989.
- [9] Chen D, Schijve J. Bulging of fatigue cracks in a pressurized aircraft fuselage. Delft Institute of Technology, Delft, The Netherlands, LR-655; 1991.
- [10] Jeong DY, Tong P. Nonlinear bulging factor based on R-curve data. In: *Proceedings of the FAA/NASA international symposium on advanced structural integrity methods for airframe durability and damage tolerance*, September, 1994. p. 327–38.
- [11] Bakuckas Jr JG, Nguyen PV, Bigelow CA, Broek D. Bulging factors for predicting residual strength of fuselage panels. Presented at the international conference on aeronautical fatigue, Edinburgh, Scotland, June 18–20, 1997.
- [12] Rose Cheryl A, Young Richard D, Starnes James H Jr. Nonlinear local bending response and bulging factors for longitudinal cracks in pressurized cylindrical shells. *AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC structures, structural dynamics and materials conference 3*, St. Louis, MO; 1999. p. 1791–800.
- [13] Rhaman A, Bakuckas JG, Tan PW, Bigelow CA. Bulging effects on longitudinal cracks in lap joints of pressurized aircraft fuselage. Paper presented at the aging aircraft conference. San Francisco, California, September, 2002. p. 16–9.
- [14] Bakuckas JG, Bigelow CA, Tan PW. Characterization of fatigue behavior of aircraft fuselage structure. In: *Proceedings of the 22nd symposium of the international committee on aeronautical fatigue*. Lucern, Switzerland, May 5–9, 2003.
- [15] Lazghab T, Ayari F, Chelbi L. Crack growth in cylindrical aluminum shells with inner reinforcing foam layer. *Int J Fract* 2007;144:159–71.
- [16] T.Belytschko, T.Black, Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing *Int.JNumer.Meth.Engng.*, Editeur, page 601-620, 1999.
- [17] Burchard P, Cheng LT, Merriman B, Osher S, Motion of curves in three dimensions using a level set approach, *Journal of Computational Physics*, 2001, vol. 170, pp. 720-741.
- [18] Cheng LT, Burchard P, Merriman B, Osher S, Motion of curves constrained on surfaces using a level set approach, *Journal of Computational Physics*, 2002, vol. 175, pp. 604-644.
- [19] Simulia D. ABAQUS 6.14 Analysis User's Manual. Abaqus 614 Documentation. 2014.
- [20] Lazghab T, Soula M, Bulging factor of a longitudinal crack in pressurized cylindrical shell with a reinforcing layer, *Engineering Fracture Mechanics*, 2014, vol. 128, pp. 205-218.